

月の動きに関する3つの計算

【問題】

月の動きに関する次の(1)~(3)の計算問題にそれぞれ答えなさい。ただし、答えはすべて割り切れないので、小数第2位を四捨五入して小数第1位まで求めなさい。

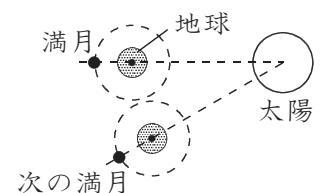
- (1) 1年の長さを360日、月の満ち欠けの周期を30日として、月の公転周期を求めなさい。
- (2) 1年の長さを360日、月の公転周期を27日として、月の満ち欠けの周期を求めなさい。
- (3) 月の公転周期を27日、月の満ち欠けの周期を30日として、月の南中時刻が1日に約何分ずつおくれるかを求めなさい。

(1) (2) (3)

【ヒント】

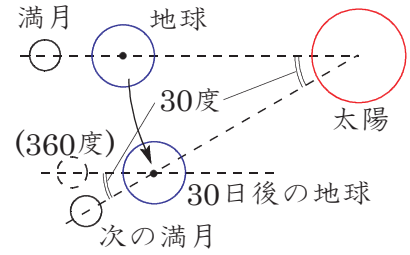
(1)と(2) どちらも、右のような図を使って考えます。また、1年の長さを360日としているので、地球が1日に公転する角度は、 $360 \text{ 度} \div 360 \text{ 日} = 1 \text{ 度/日}$ と考えることができます。

(3) 「月の南中時刻は毎日約50分ずつおくれる」ということは覚えているはずです。(3)は、その「50分」という数値をどのように求めるかを示す問題です。問題を解くカギとなるのは、満月の前後の月の南中時刻がどのように変化するかに注意深く着目することです。



【解説】

(1) この問題は、右のような図をかいて考えるとよい。



【ヒント】にも書いてあるように、1年の長さを360日とすると、地球は太陽のまわりを1日に1度公転する。また、満月から次の満月までの日数を30日とするので、その間に地球は太陽のまわりを30度公転する。したがって、満月から次の満月までに月が地球のまわりを公転する角度は、 $360\text{度} + 30\text{度} = 390\text{度}$ となる。月の公転周期は「月が地球のまわりをちょうど360度公転するのにかかる日数」なので、次のようになる。

$$\begin{array}{ccc} 390\text{度} & \rightarrow & 30\text{日} \\ \downarrow \times \frac{12}{13} & & \downarrow \times \frac{12}{13} \\ 360\text{度} & \rightarrow & \boxed{27.69 \dots}\text{日} \end{array} \quad (\text{答え}) \text{ 27.6 日}$$

(2) 月の公転周期を27日とすると、月が1日に地球のまわりを公転する角度は $\frac{360}{27}$ 度となる。一方、地球は太陽のまわりを1日に1度公転するので、地球からは月が1日に $(\frac{360}{27} - 1)$ 度ずつ遠ざかっていくように見える。この差が360度になるのにかかる日数が月の満ち欠けの周期なので、次のようになる。

$$\begin{aligned} 360\text{度} \div (\frac{360}{27} - 1)\text{度/日} &= 360 \div (\frac{360}{27} - \frac{360}{360}) = 1 \div (\frac{1}{27} - \frac{1}{360}) = 1 \div (\frac{360 - 27}{360 \times 27}) \\ &= \frac{360 \times 27}{360 - 27} = 29.18 \dots\text{日} \end{aligned} \quad (\text{答え}) \text{ 29.2 日}$$

《覚えておこう》この種の計算は、2つの周期の積÷差で求めることができる。この問題では、地球の公転周期(1年の長さ)が360日、月の公転周期が27日となっている。

(3) 右の表は、月の南中時刻が毎日50分ずつ遅れていくことを前提にして、満月の前後の月の南中時刻を書き出したものである。さて、月齢16の月の南中時刻(※)に注目してみよう。3月6日の24時40分は、3月7日の0時40分のことである。つまり、3月6日には月が南中しないことになる。したがって、1日あたりの月の南中時刻のずれは、 $1440\text{分} \div (30 - 1)\text{日} = 49.65 \dots\text{分}$ より49.7分となる。

月齢	月の南中時刻
14	3/4 23:00
15	3/5 23:50
16	3/6 24:40※

※ 注意事項

この問題は、多くの受験生が、「 $1440\text{分} \div 30\text{日} = 48\text{分}$ 」と求めればよいと思っているのではないのでしょうか。これは、「月が毎日南中するので、そのずれがちょうど1日の長さ(=1440分)になる時間を求めればよい」ということだと思いますが、正確な考え方ではありません。月の満ち欠けの周期は約29.5日ですが、その間に月が南中しない日があるという事実をきちんと覚えておいてください。

【発展内容】

理科の資料を調べると、次のようなデータを見つけることができます。

月の公転周期…… 27.321 日

満ち欠けの周期…… 29.530 日

1 年の長さ…… 365.242 日

月の南中時刻のずれ…… 50.47 分

今回の【問題】では、計算を楽にするために簡単な数字を与えましたが、より正確な計算をしたいのなら、上に示した正確な値を使えばよいのです。その計算方法を示した解説も用意したので、興味があれば読んでみてください。なお、自分で確かめたいときは電卓を使ってもよいでしょう。こんな桁数の多い計算を入試でさせるような中学校はありませんから。もちろん、計算力に自信があるなら、ニュートンやガリレオのようになっての科学者たちのように紙と鉛筆で解いてみるのもいいでしょう。カッコいいと思いますよ。

(1)

・地球が 1 日に公転する角度…… $\frac{360}{365.242}$ 度/日

・29.530 日間に月が公転する角度…… $360 \text{ 度} + \frac{360}{365.242} \times 29.530 \text{ 度} = 389.106 \dots \text{度}$

・月の公転周期…… $29.530 \text{ 日} \times \frac{360 \text{ 度}}{389.106 \text{ 度}} = 27.321 \dots \text{日}$

(2) 地球の公転周期(1 年の長さ)が 365.242 日で、月の公転周期が 27.321 日なので、満ち欠けの周期は 2 つの周期の「積÷差」で求めることができる。

$$\frac{365.242 \times 27.321}{365.242 - 27.321} = 29.5299 \dots \rightarrow 29.530 \text{ 日}$$

(3) $1440 \text{ 分} \div (29.530 - 1) = 50.473 \dots \rightarrow 50.47 \text{ 分 (約 50 分 28 秒)}$